

土留め工設計支援 PSE「土留丸」

Problem Solving Environment for design of earth retaining

大熊俊明¹⁾, 川島正樹²⁾, 鱸 洋一³⁾, 小島 義孝⁴⁾, 田子 精男⁵⁾

Toshiaki OHKUMA¹⁾, Masaki KAWASHIMA²⁾, Yoichi SUZUKI³⁾, Yoshitaka KOJIMA⁴⁾, and Yoshio TAGO⁵⁾

- 1) 金沢大学大学院自然科学研究科博士後期課程 (〒920-1192 石川県金沢市角間町, okuma@superdry.s.kanazawa-u.ac.jp)
五大開発株式会社技術研究所 (〒921-8051 石川県金沢市黒田1-35, ohkuma@godai.co.jp)
- 2) 五大開発株式会社技術研究所 (〒921-8051 石川県金沢市黒田1-35, kawashima@godai.co.jp)
- 3) 博(工) 五大開発株式会社技術研究所 主任研究員(〒921-8051 石川県金沢市黒田 1-35, ysuzuki@godai.co.jp)
- 4) 博(工) 五大開発株式会社技術本部 本部長(〒921-8051 石川県金沢市黒田 1-35, kojima@godai.co.jp)
- 5) 理博 金沢大学計算科学科 教授(〒920-1192 石川県金沢市角間町, tago@superdry.s.kanazawa-u.ac.jp)

Finite element method is a useful tool for solving the problem of civil engineering because the interaction between structures can be treated and is suitable for the calculation for design of civil engineering in future. Dodome-maru is a one of PSE supported to use the finite element method easily. Finally, We describe the problems and solutions occurred during developing it..

Keywords: *civil engineering, problem solving environment*

1. はじめに

土木・建築にかかわる設計方法が仕様規定の設計から性能設計の設計へ大きく変わりつつある。仕様規定の設計とは、地盤・構造物間の複雑な相互作用を考慮しない単純化した理論を組み合わせ、全体の設計計算を行う設計法である。設計の妥当性の最終評価は経験の要素が大きく、それを排除するために仕様規定が必要不可欠なものである。今後、仕様規定に変わり広まっていくであろう性能設計とは、要求性能だけを明示して詳細を設計者に委ねる設計法である。性能設計のメリットは設計者の自由度が増し、いち早く新技術・新工法を取り入れることが可能となり、機能や安全度を選択できるようになることである。その代わりに基本性能を満たすことを設計者自ら示す必要がある。この基本性能要求を満たす設計を確実に行うための計測や解析を支援する PSE が必要になると考える。

PSE(Problem Solving Environment)とは、対象分野に携わる人々が IT(Information Technology)の専門知識がなくても問題が解決できるように支援するプログラムやライブラリのことである。土木技術者は今後、性能設計を行うための設計計算を支援する PSE が必要であり、有限要素法(以後 FEM とする)は地盤・構造物間の相互作用を考慮できるので土木技術者が仕様規定を用いずに設計できるという点で性能設計のための解析法として適して

いる。FEM 解析を用いれば盛土、切土、アンカー、擁壁などの土木の主要な設計計算を相互作用を考慮して行うことができ、土木技術者の問題解決に有用である。

FEM 解析を行うにはメッシュ分割、可視化などのプリポスト処理が必要であり IT を用いた支援が必要不可欠である。「土留丸」は計算エンジンである「ImpCAM」²⁾とプリポスト機能を行う「CivilPSE-dodome」から構成されており、「CivilPSE-dodome」は土木技術者が FEM 解析に必要な煩雑な作業を行い性能設計に必要な設計計算をするための 2次元 FEM 解析支援 PSE である。現時点では土留め工に限った計算用に最適化されているが盛土、切土、アンカー、擁壁、杭など土木の主要な設計計算に順次対応していく予定である。

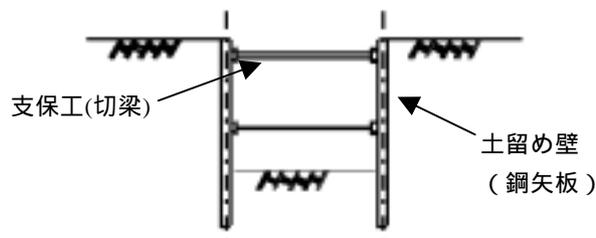


図 - 1 土留め工と支保工

土留め工¹⁾とは、開削工法により掘削を行う場合に、周辺土砂の崩壊を防止すること、また、止水を目的とし

て設けられる仮設構造物をいい、土留め壁と支保工からなる。土留め壁と支保工は 図 1 のようなものである。

本論文では PSE「土留丸」を開発し、そのときに生じた技術上の問題について詳述する。

2 章でメッシュ分割での要素技術、3 章で高速化するための要素技術、4 章で可視化の要素技術、最後に結論を詳述する。

2 メッシュ分割の要素技術

2.1 追加点によるメッシュの細分化の防止

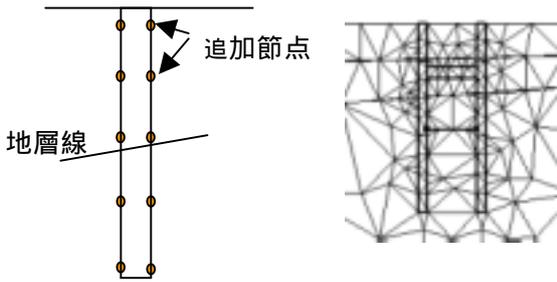


図 2 メッシュの細分化が起きた場合

2 次元 FEM では連立 1 次方程式の未知数はおおよそ節点数 $\times 2$ となり、直接法で連立 1 次方程式を解く場合に計算時間は節点数の 3 乗に比例するので、節点数を減らすと計算時間を大幅に減らすことができる。

「CivilPSE-dodome」では土留め壁上の節点の値を用いて土留め壁の検討に必要な曲げモーメント、せん断力の計算を行う。適切にデータが得られるように土留め壁上に等間隔に節点を追加する処理が行われる。このとき節点の近くに地形線などの線分が通っているとその部分で必要以上にメッシュが細かく分割されてしまう図 - 2 のような問題がある。

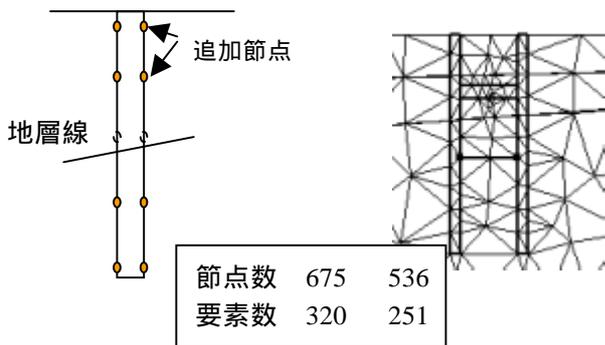


図 3 節点を追加しないようにした場合

「CivilPSE-dodome」では節点挿入時に線分と土留め壁を表す縦線の交点を計算し、交点と節点の距離が短いときは節点の追加を省くようにしている。

図 3 よりメッシュ分割の細分化が起きないように改善されていることがわかる。

2.2 非常に鋭角な 3 角形が生じる原因と解決

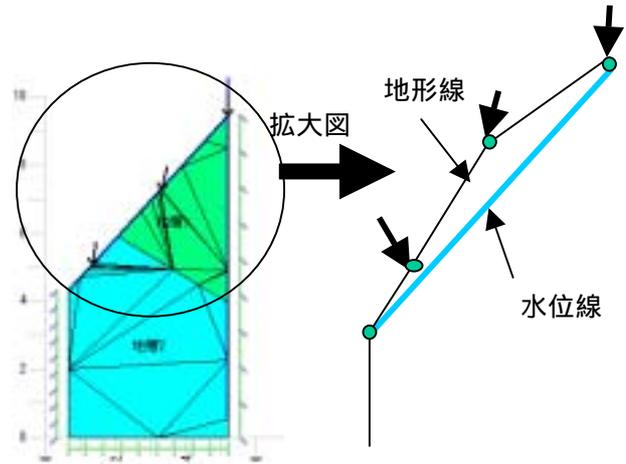


図 4 メッシュ分割失敗時の拡大図

「CivilPSE-dodome」では、水位線を地表線と重ねて入力されることがある。このとき、図 4 のように解析の際に誤差が非常に大きいと言われる非常に鋭角な 3 角形が生じるという現象が起きる。

図 4 でメッシュ分割に失敗した原因を調査したところ、地形線に集中荷重を表現する点が追加される時、点の座標が丸めて表現されるため図 4 の右図のように点を追加することで地形線がずれ水位線との間に隙間ができてしまうせいであることがわかった。この線分が極端に近い位置にある 2 つの線分とみなされ、線分の間に小さいメッシュを作成しようとして非常に鋭角な 3 角形が生じる。この問題は複数の線分を重ね合わせるような状況で容易に発生し得る一般的な問題である。

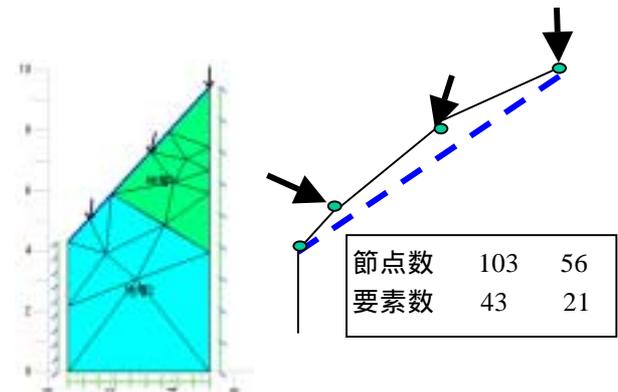


図 5 重複する水位線を消した場合

ユーザが手動で入力する節点ならばユーザが節点位置を調整することが可能であるが、システムにより自動的に追加される節点はシステム側でこの問題の対策を行うことが必要である。この問題は節点を自動で追加するシステムで起こり得る一般的な問題である。

この問題に対処するための方法として、節点を消去する方法がある。節点を消去するタイミングは、節点挿入時、メッシュ分割時の 2 つがある。

この問題に対処するため「CivilPSE-dodome」では重なる線分があるときは1本の線分を残してほかを消す処理を行っている。この処理により図5のように適切なメッシュ分割が行われるようになった。

3 高速化の要素技術

3.1 ターゲット点を含む要素の高速検索

「CivilPSE-dodome」では大量の要素を扱う必要がある。たとえばポイントモニタ機能では、指定されたターゲット点がどの要素に含まれているかを調べる関数が必要となる。すべての要素に対してターゲット点を含んでいるかを問い合わせる実装にすると計算量の時間のオーダが $O(N)$ となり、大量の要素を扱うときに遅くなってしまふ。「CivilPSE-dodome」の地盤の沈下量のグラフ描画という機能で、ターゲット点を含む要素の高速検索を頻繁に呼び出す、その部分の処理が遅く問題となっていた。

「CivilPSE-dodome」では緩い4分木(loose quad tree)³⁾というデータ構造を用いてこの問題を解決した。この構造を用いることで $O(\log N)$ での検索が可能となり、大量の要素も高速に検索できる。

4分木法とは、領域を図6のように分割していくデータ構造である。領域を分割していき、保持したい要素が入る最小の4角形に対応する図7のような4分木のノードに要素が記録される。

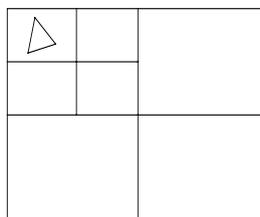


図6 領域分割の方法

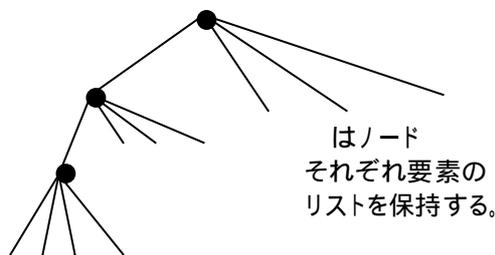


図7 4分木

4分木法の欠点は、4角形の境界部分にある要素が小さくとも4分木の上部に格納され、検索の効率が悪くなることである。4分木法では、分割を進めるごとに領域の大きさが半分になり、領域同士は重ならない。緩い4分木法では、分割毎に4分木の2倍の大きさの領域にして、領域の重なりを許すようにしたものである。境界線

上にある要素も4分木の下部の方に格納され、検索の効率が向上する。

「CivilPSE-dodome」において、点を含む要素の検索を頻繁に用いる地盤の沈下量のグラフ描画機能を使い、処理時間を比較した。

表1より緩い4分木の実行時間が $O(\log N)$ となり、4分木と線形探索よりも効率がよいことなどの高速化の効果が確認できた。緩い4分木法は大量の要素を扱うときに有用なデータ構造である。

表1 各方法での計算時間

方法	796個の要素での検索時間	1620個の要素での検索時間	2415個の要素での検索時間	3209個の要素での検索時間
緩い4分木	19秒	22秒	33秒	37秒
4分木	24秒	25秒	39秒	43秒
線形探索	53秒	47秒	69秒	87秒

3.2 反復法の開発

FEMでは巨大な疎の行列で表される連立1次方程式を解く必要がある。解法には、大きく分けて直接法と反復法がある。

直接法は解があればほぼ確実に求まるという点で頑健である。しかし行列の対角に値が集まる帯行列にできなければ行列が疎であることを活用できず、計算時間やメモリ使用量が大きくなるという欠点がある。「ImpCAM」の生成する行列は間隙水圧の項が行列の広い範囲に散在し行列の帯幅を小さくするオーダリング処理を行っても狭いバンド幅の帯行列にすることはできなかった。

節点数が2万などの大規模な問題を直接法で計算するとメモリを1GB以上消費するため、一般に使われるコンピュータを使用して解く事は現実的ではない。このような大規模な計算するために反復法のソルバを使用すると有用と考え、開発を行った。反復法の解法としてはBiCG, BiCGStab(2), QMR, CGS2⁴⁾などの方法を採用し、試行実験を行った。この中でBiCGStab(2)が滑らかに残差が減っていく傾向があったので採用した。

前処理としてはJacobi, ILU(0), ILU(1), ILUT⁵⁾を試した。ILU(0), ILU(1), ILUTなどを用いると計算が続行できなくなるbreak downが起きることが多く、「ImpCAM」の生成する行列には使用することができなかった。Jacobiでは反復回数が減少するという効果があったがのちに詳述する方法を使うと必要なくなり、現時点のソルバでは前処理を行っていない。

反復法のソルバ開発で問題となったのは、反復法の計算が収束せず発散してしまい、解が求まらないことが頻繁にあることである。解を安定して求めるために計算開始前に行列を変換してからBiCGStab(2)で解くようにした。この変換は行列の対角成分をすべて1にしてそれ以外の成分の絶対値を1以下にする処理⁶⁾である。この処理によりbreak downが起こらなくなり安定して解が求ま

るようになった。

また、計算途中で収束が止まり逆に残差が巨大な値になり収束しなくなる現象が起きた。そこで以前の計算の中で一番残差が少なかった時点のデータから変数をすべて初期化して再計算するようにした。再計算する条件は、 $(\text{残差の2乗ノルム}) \div (\text{bの2乗ノルム}) \div (\text{行列のサイズ}) > 1E5$ かつ前回のリスタートより 1000 回以上反復しているとき、である。前回のリスタートより 1000 回以上反復としたのは、計算の初期段階で一時的に残差ノルムが大きくなることもあり、そのときに誤って再計算を試みてしまうのを防ぐためである。

「土留丸」を用いて多くの事例を計算しているが、break down してしまい解けない問題に遭遇したことはなく、残差が減少せず解けない問題はあがるが、残差が減少する問題では確実に解けるようになった。

4 可視化の要素技術

4.1 ポイントモニタ機能

土木技術者が容易に FEM 解析で計算した結果から情報を取り出せるようにすることができる GUI が必要である。また、そのまま報告書に掲載することができるような画面を作れるようにしたいとの要求があり、それを実現するために、ポイントモニタ機能を開発した。

ポイントモニタ機能とは、FEM 計算結果を可視化した画面内で任意の場所の値をリアルタイムに観察することのできる窓のことである。図 8 のように窓の中に表示する文字列や値を任意に指定することができる。



図 8 ポイントモニタの編集画面と表示結果

ポイントモニタの編集画面で指定された文字列は<>内のコマンドが解釈・実行されてから画面に表示される。コマンドを手作業で入力するのは煩雑なので、図 9 の画面から可視化したい値を選び、ポイントモニタの編集画面に容易にコマンドを追加することができる。

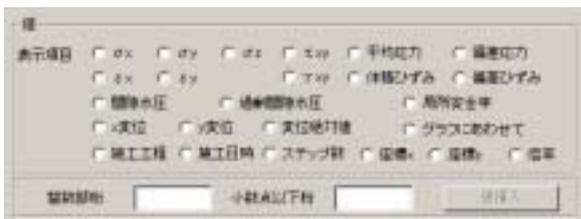


図 9 コマンド入力用のダイアログ

ポイントモニタは画面の任意の場所に複数配置することができ、プレゼンテーション用の画面を効率よく作成することが可能である。また、ポイントモニタが指し示す場所の値をリアルタイムに取得し可視化でき、図 10 のように要素間の値も補間して表示できる。

「CivilPSE-dodome」は動画作成機能をもち、ポイントモニタ機能を用いることで、ある特定の場所の値を連続した動画で評価でき、プレゼンテーション用としても有効である。

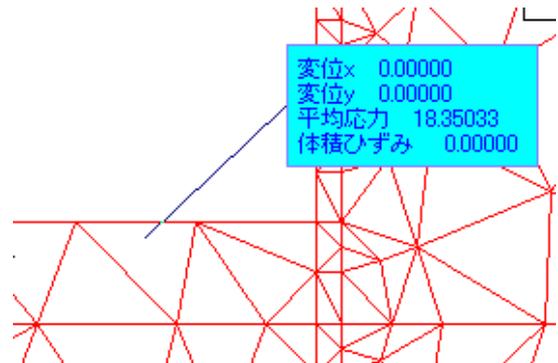


図 10 ポイントモニタで要素間の値を可視化

4.2 引き出し線の改良



図 11 単色で引き出し線を描画

図 11 のように単色で引き出し線を描画すると、背景と引き出し線の色が同程度となり、見えにくいことがある。特に「CivilPSE-dodome」では、グラデーションを多用するためこのような現象が多く発生し問題となった。そこで、排他的論理和(以降 xor とする)を用いて画像処理を行った。xor とは、表 - 2 の規則に従う演算子である。青、赤、緑の画素がそれぞれ 0~255 の値の範囲をとるとする。ff₍₁₆₎ と xor とすると、図 12 のようになる。

表 - 2 xor の規則

a	b	a xor b
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0



図 12 xor ff₍₁₆₎の結果

図 12 は、背景の青、赤、緑の画素値が 0～255 へ変化しているとき、真ん中の線が背景に対して xor ff₍₁₆₎を施した結果である。両端において明瞭に背景と区別できるが、中央付近では背景色とほぼ同じ色になっている。これは両端付近では、 $0 \text{ xor } ff_{(16)} = ff_{(16)}$ となり色の差が 255 と最大になるが、中央付近では $80_{(16)} \text{ xor } ff_{(16)} = 80_{(16)}$ となり色の差が 0 となってしまうためである。xor ff₍₁₆₎を用いた場合は、80₍₁₆₎付近の色で背景と差がなくなってしまうという欠点がある。

そこで、xor 80₍₁₆₎を用いると図 13 のようになる。

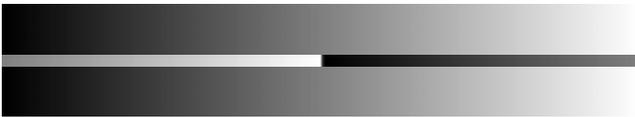


図 13 xor 80₍₁₆₎の結果

図 13 は、背景に対して xor 80₍₁₆₎を施した結果である。xor 80₍₁₆₎を用いると、どこでも背景と線色の差が 128 となる。しかし、図 13 より分かるように、中央部分で線が途切れたように見えてしまう。xor 80₍₁₆₎、xor ff₍₁₆₎とも長所と欠点がある。

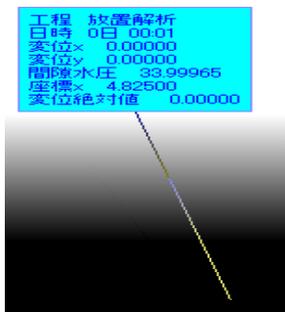


図 14 「CivilPSE-dodome」で採用した方法

「CivilPSE-dodome」では、赤、緑に対して xor ff₍₁₆₎を適用し、青に対して xor 80₍₁₆₎を適用する方法を採用した。

図 14 からわかるように、どの場所においても背景とはっきり区別がつく線となることが分かる。

4.3 グラデーションの滑らかさの改善

「CivilPSE-dodome」では、図 15 のような 3 角形の面積座標を用いて(1)を用いてグラデーションの色を計算している。

$$pp.cl = (p1.cl \times S1 + p2.cl \times S2 + p3.cl \times S3) \div (S1+S2+S3) \quad (1)$$

ただし、

pp.cl : グラデーションの色

p1.cl : 点 1 の色

p2.cl : 点 2 の色

p3.cl : 点 3 の色

S1 : 3 角形 p2-pp-p3 の面積

S2 : 3 角形 p1-pp-p3 の面積

S3 : 3 角形 p1-pp-p2 の面積

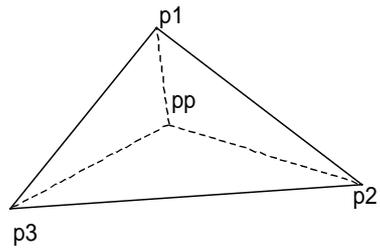


図 15 3 角形の面積座標

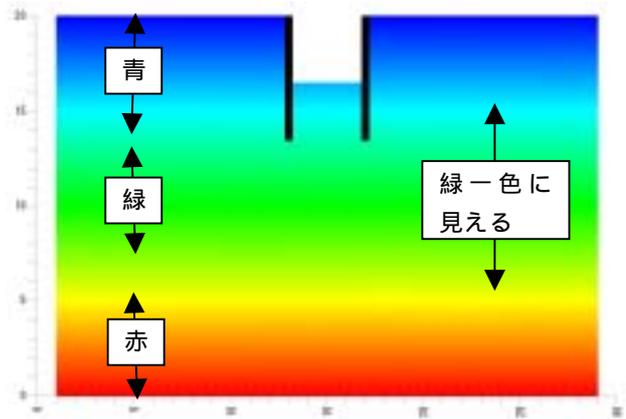


図 16 (1)の補間公式を用いた場合

図 16 では(1)を用いて、上端から下端まで青、水色、緑、黄、赤と滑らかに色が変化している。しかし、中央部の緑色の部分が目立ち、かつ緑色の部分が一つの帯に見えてしまい、緑色内の値の上下関係が分かりにくい。

そこで緑色内の大小関係がより明瞭にわかるように(2)で補正を加えた。

$$\begin{aligned} r1 &= (255 \times 2.0 - \text{sum}) / 255.0 \times 0.25 + 0.75 \\ r2 &= (255 \times 2.0 - \text{sum}) / 255.0 \times 0.1 + 0.9 \\ R &= R \times r2 \\ G &= G \times r1 \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、

R : 赤の明るさ (0～255)

G : 緑の明るさ (0～255)

B : 青の明るさ (0～255)

sum : R + G + Bとする

図 17 から分かるように、緑の値の変化が明瞭となり、色より値の大小関係をより正しく把握できるようになった。

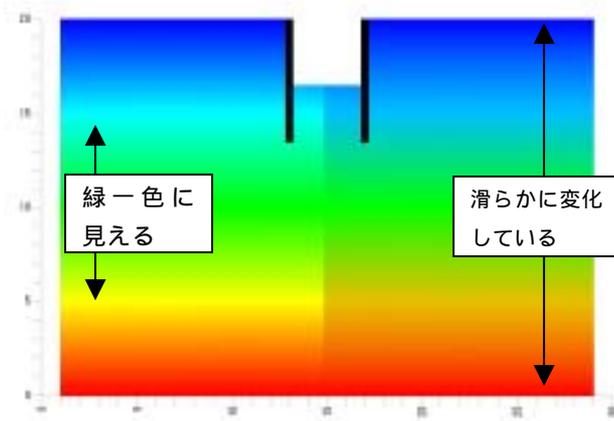


図 17 左側が処理前、右側が処理後

5. 結論

「CivilPSE-dodome」は土木技術者が2次元FEM解析を行うのを支援するPSEである。「CivilPSE-dodome」の開発時に生じた問題と、そのPSEの要素技術となりうる解決方法を示した。

参考文献

- 1) 社団法人 日本道路協会:道路土工 仮設構造物工設計指針
- 2) 鱸洋一,大熊俊明,小西満,小島義孝,矢富盟祥:陰解法弾塑性計算土ノ水連成有限要素法を用いた土留め工の解析,土木構造・材料論文集,第18号,pp.143-152,2002
- 3) Thatcher Ulrich : 緩いオクトツリー, GAME PROGRAMMING GEMS, 株式会社ボーンデジタル, pp.426-436, 2002.
- 4) R. Barret, M. Berry, T. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine, H. van der Vorst: TEMPLATES for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods, Tech. Rep., CS-Dept., Univ. of Tennessee, 1993.
- 5) Y. Saad: ILUT: A dual threshold incomplete LU factorization. Numer. Linear Algebra Appl., 1:387--402, 1994.
- 6) M. Benzi, J. C. Haws, M. Tuma: Preconditioning highly indefinite and nonsymmetric matrices. Technical Report LA--UR--99--4857, Los Alamos National Laboratory, Scientific Computing Group (CIC--19), 1999.