

1. 重回帰分析の概要

重回帰分析とは、目的変数 Y (結果) と、それに影響を与える幾つかの説明変数 X_1, X_2, \dots, X_p (原因) から次の予測モデル式を作成するものです。

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_pX_p + a_0$$

(a_i (1 i p) : 回帰係数、 a_0 : 定数項)

この重回帰式 Y を解くことによって得られる予測値と実測値から、

$$\text{寄与率 } R^2 = \frac{\text{予測値の分散}}{\text{実測値の分散}}$$

が求められ、重回帰の当てはまりの良さを示す尺度とします。また、寄与率の平方根 R を重相関係数と呼びます。

さらに、重回帰分析においては、目的変数 Y と説明変数 X_i の偏相関係数 r_{yi} が計算されます。偏相関係数とは、 X_i 以外の説明変数の影響を取り除いたときの Y と X_i との相関係数です。

説明変数がひとつのときを特に単回帰と呼び、地下水位と降雨量の回帰分析はこれに相当します。

2. 分析方法

分析は、地下水位 を目的変数 (Y) とし、説明変数 (X) としては、観測期間に対応する日降雨量を換算して得られた実効雨量を使用します。

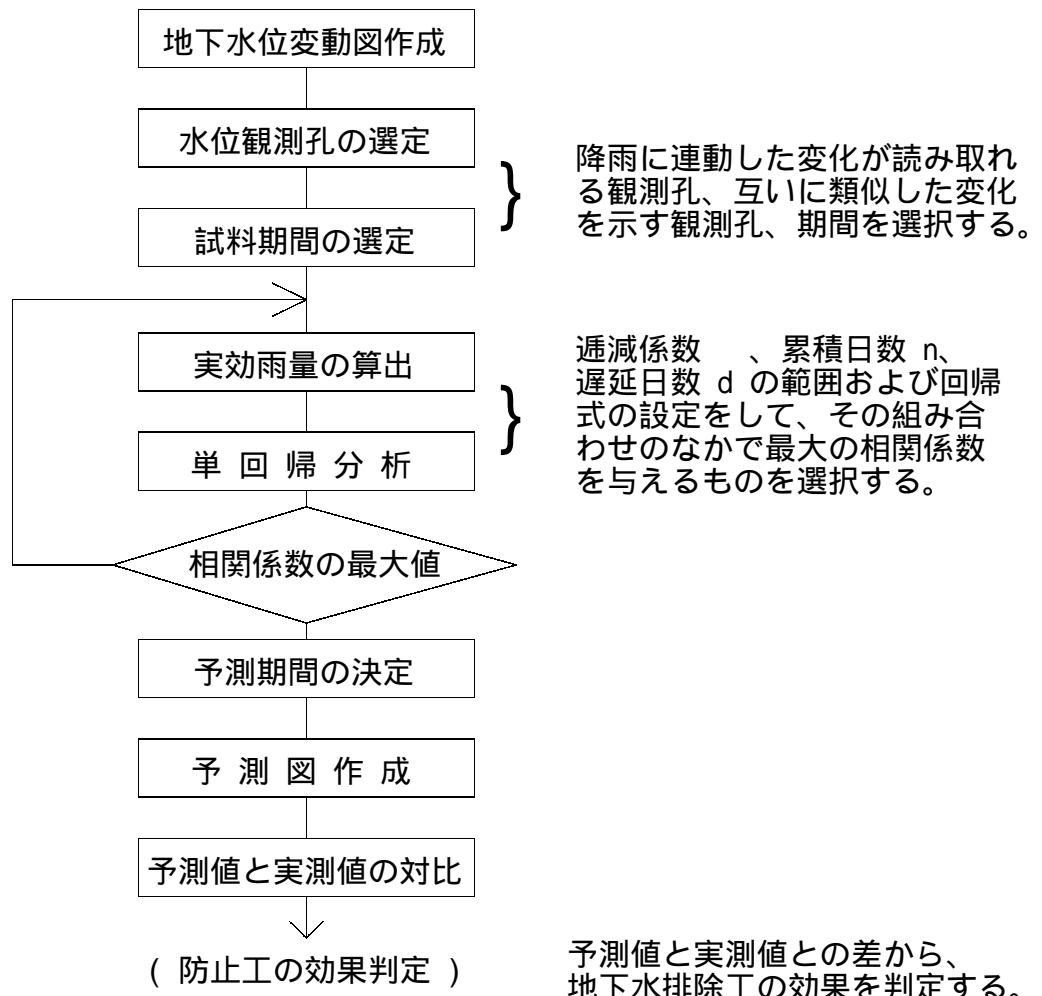
今回の解析は、説明変数が実効雨量ひとつであるために単回帰分析となります。

なお、降雨量のデータは R-2 を採用しています。

そして、孔内水位のデータは BV-7 を採用しています。

以下に、降雨量と 地下水位 の単回帰分析のフローチャートを示します。

図 . 単回帰分析フローチャート



3. 分析結果

3.1. 実効雨量の算定

実効雨量とは、過去の降雨の影響が現在にまで及んでいることを表現しようとするもので、次の式で表されます。

$$Q = {}^0R_0 + {}^1R_{-1} + {}^2R_{-2} + \dots + {}^nR_{-n}$$

(Q : 当日の実効雨量、 R_0 : 当日の日雨量、 R_{-n} : n日前の日雨量、 : 逓減係数)

今回の解析では、実効雨量は上記の計算式に基づき、逓減係数、累積日数 n を変化させて、最も高い地下水位の相関性を有するものを採用するものとします。

また、降雨の地下水位への反応の遅れを考慮するため、遅延日数を与えるという概念を導入しました。

3.2. 分析結果

今回の解析に採用した実効雨量は、

逓減係数 () : 0.90 ~ 0.95 (0.01 刻みで計算)

累積日数 (n) : 20日 ~ 30日 (1日 刻みで計算)

遅延日数 (d) : 0日 ~ 5日 (1日 刻みで計算)

の組み合わせの中で、最も大きい相関係数を与えるものにしました。

また回帰分析に用いた式は、直線回帰式および指数回帰式としました。

その結果、最も高い相関性を与える上記組み合わせの値とそのときの相関係数は、以下の通りになります。

地下水位データ	BV-7
データ抽出期間	1999/9/12 ~ 2002/4/29
回帰分析方法	指数回帰分析
相関係数	0.45359
逓減係数	= 0.90
累積日数	n = 30日
遅延日数	d = 0日

4. まとめ

回帰分析の結果をまとめると以下ようになります。

3.で算出された相関係数から読み取れることは、地下水位データ BV-7 と降雨量データ R-2 は相関が見られないといえます。

(下表参照)

表. 相関性の判定基準

	相関係数 < 0.5	×	相関が見られない
0.5	相関係数 < 0.6		軽微な相関が見られる
0.6	相関係数 < 0.8		相関性が認められる
0.8	相関係数		相関性が高い

< 巻末資料 >

最後に、巻末資料として解析結果をまとめることにします。

** 相関係数一覧表の見方 **

左から回帰式、逓減係数、累積日数 n 、サンプリング設定（負水位）、遅延日数 d 日別の相関係数を示します。

（負水位について）

孔内水位データが負値をとった場合のサンプリング処理方法を示しています。

除外 ... サンプリング対象から外しています。

変換 ... 負値を正值に変換してサンプリングしています。

採用 ... そのままの値でサンプリングしています。

相関係数一覧表 (BV-7)

回帰式		n	負水位	d=0	1	2	3	4	5
直線	0.90	20	除 外	0.40450	0.38042	0.34723	0.30936	0.28033	0.26406
直線	0.90	21	除 外	0.40639	0.38195	0.34889	0.31049	0.28079	0.26465
直線	0.90	22	除 外	0.40782	0.38345	0.34989	0.31098	0.28144	0.26547
直線	0.90	23	除 外	0.40900	0.38417	0.35025	0.31155	0.28218	0.26610
直線	0.90	24	除 外	0.40968	0.38451	0.35080	0.31230	0.28285	0.26668
直線	0.90	25	除 外	0.41001	0.38500	0.35153	0.31300	0.28348	0.26789
直線	0.90	26	除 外	0.41052	0.38571	0.35223	0.31363	0.28465	0.26860
直線	0.90	27	除 外	0.41105	0.38624	0.35269	0.31453	0.28517	0.26876
直線	0.90	28	除 外	0.41151	0.38664	0.35344	0.31496	0.28532	0.26882
直線	0.90	29	除 外	0.41197	0.38739	0.35388	0.31516	0.28545	0.26890
直線	0.90	30	除 外	0.41261	0.38773	0.35398	0.31522	0.28548	0.26884
直線	0.91	20	除 外	0.40060	0.37745	0.34587	0.30938	0.28104	0.26488
直線	0.91	21	除 外	0.40275	0.37921	0.34779	0.31068	0.28154	0.26554
直線	0.91	22	除 外	0.40438	0.38095	0.34894	0.31121	0.28227	0.26647
直線	0.91	23	除 外	0.40576	0.38177	0.34932	0.31183	0.28311	0.26718
直線	0.91	24	除 外	0.40652	0.38211	0.34991	0.31269	0.28386	0.26784
直線	0.91	25	除 外	0.40685	0.38264	0.35075	0.31349	0.28459	0.26929
直線	0.91	26	除 外	0.40739	0.38345	0.35155	0.31422	0.28599	0.27012
直線	0.91	27	除 外	0.40799	0.38405	0.35208	0.31532	0.28661	0.27027
直線	0.91	28	除 外	0.40852	0.38449	0.35300	0.31582	0.28676	0.27031
直線	0.91	29	除 外	0.40903	0.38541	0.35352	0.31603	0.28688	0.27038
直線	0.91	30	除 外	0.40981	0.38582	0.35362	0.31608	0.28687	0.27027
直線	0.92	20	除 外	0.39585	0.37374	0.34385	0.30889	0.28134	0.26537
直線	0.92	21	除 外	0.39825	0.37574	0.34606	0.31036	0.28187	0.26608
直線	0.92	22	除 外	0.40009	0.37773	0.34735	0.31091	0.28265	0.26712
直線	0.92	23	除 外	0.40168	0.37864	0.34772	0.31158	0.28359	0.26791
直線	0.92	24	除 外	0.40252	0.37896	0.34836	0.31254	0.28444	0.26863
直線	0.92	25	除 外	0.40281	0.37951	0.34929	0.31343	0.28524	0.27033
直線	0.92	26	除 外	0.40337	0.38041	0.35019	0.31424	0.28690	0.27129
直線	0.92	27	除 外	0.40402	0.38106	0.35077	0.31556	0.28761	0.27142
直線	0.92	28	除 外	0.40459	0.38155	0.35187	0.31614	0.28774	0.27141
直線	0.92	29	除 外	0.40515	0.38265	0.35247	0.31635	0.28783	0.27143
直線	0.92	30	除 外	0.40609	0.38310	0.35254	0.31634	0.28777	0.27124
直線	0.93	20	除 外	0.39019	0.36924	0.34113	0.30783	0.28119	0.26547
直線	0.93	21	除 外	0.39285	0.37148	0.34364	0.30947	0.28172	0.26622

相関係数一覧表 (BV-7)

回帰式		n	負水位	d=0	1	2	3	4	5
直線	0.93	22	除 外	0.39490	0.37373	0.34507	0.31002	0.28255	0.26735
直線	0.93	23	除 外	0.39671	0.37473	0.34540	0.31072	0.28357	0.26820
直線	0.93	24	除 外	0.39761	0.37499	0.34604	0.31176	0.28449	0.26898
直線	0.93	25	除 外	0.39783	0.37553	0.34705	0.31273	0.28535	0.27095
直線	0.93	26	除 外	0.39837	0.37649	0.34802	0.31361	0.28728	0.27203
直線	0.93	27	除 外	0.39904	0.37719	0.34864	0.31515	0.28809	0.27210
直線	0.93	28	除 外	0.39964	0.37768	0.34993	0.31580	0.28816	0.27199
直線	0.93	29	除 外	0.40021	0.37897	0.35060	0.31597	0.28818	0.27193
直線	0.93	30	除 外	0.40130	0.37946	0.35060	0.31588	0.28803	0.27162
直線	0.94	20	除 外	0.38361	0.36393	0.33767	0.30618	0.28055	0.26514
直線	0.94	21	除 外	0.38652	0.36641	0.34048	0.30798	0.28106	0.26591
直線	0.94	22	除 外	0.38879	0.36892	0.34203	0.30848	0.28190	0.26711
直線	0.94	23	除 外	0.39081	0.36999	0.34228	0.30917	0.28298	0.26800
直線	0.94	24	除 外	0.39175	0.37015	0.34290	0.31027	0.28394	0.26880
直線	0.94	25	除 外	0.39185	0.37063	0.34395	0.31129	0.28484	0.27104
直線	0.94	26	除 外	0.39231	0.37162	0.34497	0.31220	0.28705	0.27223
直線	0.94	27	除 外	0.39298	0.37232	0.34558	0.31398	0.28792	0.27220
直線	0.94	28	除 外	0.39356	0.37278	0.34707	0.31468	0.28789	0.27194
直線	0.94	29	除 外	0.39410	0.37425	0.34778	0.31476	0.28779	0.27175
直線	0.94	30	除 外	0.39535	0.37476	0.34765	0.31452	0.28748	0.27125
直線	0.95	20	除 外	0.37613	0.35781	0.33345	0.30390	0.27939	0.26436
直線	0.95	21	除 外	0.37928	0.36052	0.33656	0.30583	0.27983	0.26509
直線	0.95	22	除 外	0.38174	0.36329	0.33821	0.30626	0.28065	0.26635
直線	0.95	23	除 外	0.38397	0.36440	0.33834	0.30689	0.28176	0.26724
直線	0.95	24	除 外	0.38493	0.36441	0.33887	0.30801	0.28272	0.26802
直線	0.95	25	除 外	0.38484	0.36477	0.33993	0.30903	0.28361	0.27054
直線	0.95	26	除 外	0.38518	0.36574	0.34093	0.30993	0.28610	0.27179
直線	0.95	27	除 外	0.38579	0.36638	0.34149	0.31194	0.28701	0.27159
直線	0.95	28	除 外	0.38628	0.36675	0.34316	0.31265	0.28681	0.27112
直線	0.95	29	除 外	0.38673	0.36840	0.34388	0.31256	0.28650	0.27071
直線	0.95	30	除 外	0.38812	0.36888	0.34355	0.31211	0.28596	0.26996
指数	0.90	20	除 外	0.44574	0.41655	0.37124	0.30465	0.26250	0.24492
指数	0.90	21	除 外	0.44892	0.41827	0.37259	0.30560	0.26250	0.24527
指数	0.90	22	除 外	0.45050	0.41941	0.37330	0.30562	0.26291	0.24604
指数	0.90	23	除 外	0.45131	0.41979	0.37313	0.30593	0.26360	0.24654

相関係数一覧表 (BV-7)

回帰式		n	負水位	d=0	1	2	3	4	5
指数	0.90	24	除 外	0.45163	0.41958	0.37336	0.30659	0.26414	0.24704
指数	0.90	25	除 外	0.45142	0.41974	0.37396	0.30714	0.26469	0.24890
指数	0.90	26	除 外	0.45161	0.42031	0.37450	0.30768	0.26643	0.24964
指数	0.90	27	除 外	0.45198	0.42066	0.37483	0.30908	0.26699	0.24967
指数	0.90	28	除 外	0.45227	0.42092	0.37599	0.30952	0.26702	0.24978
指数	0.90	29	除 外	0.45259	0.42206	0.37642	0.30960	0.26718	0.24979
指数	0.90	30	除 外	0.45359	0.42237	0.37639	0.30968	0.26715	0.24966
指数	0.91	20	除 外	0.43820	0.41039	0.36734	0.30357	0.26282	0.24536
指数	0.91	21	除 外	0.44187	0.41238	0.36892	0.30466	0.26278	0.24573
指数	0.91	22	除 外	0.44370	0.41371	0.36972	0.30463	0.26322	0.24661
指数	0.91	23	除 外	0.44464	0.41413	0.36945	0.30495	0.26400	0.24717
指数	0.91	24	除 外	0.44499	0.41380	0.36967	0.30570	0.26461	0.24773
指数	0.91	25	除 外	0.44465	0.41393	0.37034	0.30633	0.26523	0.24998
指数	0.91	26	除 外	0.44480	0.41456	0.37094	0.30693	0.26736	0.25086
指数	0.91	27	除 外	0.44520	0.41493	0.37131	0.30866	0.26803	0.25086
指数	0.91	28	除 外	0.44550	0.41520	0.37276	0.30919	0.26803	0.25095
指数	0.91	29	除 外	0.44584	0.41662	0.37326	0.30926	0.26820	0.25093
指数	0.91	30	除 外	0.44709	0.41699	0.37319	0.30932	0.26812	0.25073
指数	0.92	20	除 外	0.42970	0.40345	0.36279	0.30203	0.26280	0.24552
指数	0.92	21	除 外	0.43390	0.40574	0.36461	0.30327	0.26269	0.24590
指数	0.92	22	除 外	0.43599	0.40726	0.36550	0.30315	0.26315	0.24688
指数	0.92	23	除 外	0.43707	0.40771	0.36510	0.30346	0.26403	0.24750
指数	0.92	24	除 外	0.43742	0.40723	0.36528	0.30430	0.26470	0.24811
指数	0.92	25	除 外	0.43691	0.40729	0.36601	0.30498	0.26538	0.25081
指数	0.92	26	除 外	0.43699	0.40797	0.36666	0.30565	0.26795	0.25184
指数	0.92	27	除 外	0.43740	0.40834	0.36704	0.30777	0.26873	0.25177
指数	0.92	28	除 外	0.43768	0.40860	0.36882	0.30838	0.26868	0.25183
指数	0.92	29	除 外	0.43802	0.41035	0.36940	0.30840	0.26883	0.25175
指数	0.92	30	除 外	0.43956	0.41076	0.36925	0.30844	0.26867	0.25144
指数	0.93	20	除 外	0.42023	0.39573	0.35758	0.30000	0.26241	0.24536
指数	0.93	21	除 外	0.42499	0.39832	0.35963	0.30138	0.26221	0.24573
指数	0.93	22	除 外	0.42735	0.40004	0.36061	0.30114	0.26265	0.24681
指数	0.93	23	除 外	0.42857	0.40050	0.36003	0.30141	0.26361	0.24746
指数	0.93	24	除 外	0.42891	0.39982	0.36013	0.30232	0.26433	0.24812
指数	0.93	25	除 外	0.42817	0.39977	0.36090	0.30304	0.26506	0.25131

相関係数一覧表 (BV-7)

回帰式		n	負水位	d=0	1	2	3	4	5
指数	0.93	26	除外	0.42813	0.40046	0.36157	0.30375	0.26812	0.25248
指数	0.93	27	除外	0.42851	0.40081	0.36194	0.30630	0.26902	0.25232
指数	0.93	28	除外	0.42875	0.40103	0.36409	0.30700	0.26887	0.25232
指数	0.93	29	除外	0.42905	0.40314	0.36475	0.30693	0.26897	0.25213
指数	0.93	30	除外	0.43091	0.40358	0.36446	0.30690	0.26869	0.25166
指数	0.94	20	除外	0.40979	0.38722	0.35168	0.29745	0.26162	0.24487
指数	0.94	21	除外	0.41515	0.39013	0.35398	0.29895	0.26128	0.24519
指数	0.94	22	除外	0.41779	0.39205	0.35502	0.29856	0.26169	0.24635
指数	0.94	23	除外	0.41915	0.39251	0.35421	0.29875	0.26271	0.24702
指数	0.94	24	除外	0.41945	0.39155	0.35418	0.29970	0.26344	0.24768
指数	0.94	25	除外	0.41842	0.39134	0.35497	0.30043	0.26419	0.25141
指数	0.94	26	除外	0.41819	0.39201	0.35561	0.30115	0.26778	0.25272
指数	0.94	27	除外	0.41851	0.39229	0.35592	0.30418	0.26879	0.25241
指数	0.94	28	除外	0.41865	0.39242	0.35849	0.30495	0.26849	0.25229
指数	0.94	29	除外	0.41885	0.39491	0.35919	0.30473	0.26849	0.25194
指数	0.94	30	除外	0.42107	0.39536	0.35871	0.30457	0.26804	0.25126
指数	0.95	20	除外	0.39844	0.37796	0.34510	0.29437	0.26041	0.24399
指数	0.95	21	除外	0.40443	0.38120	0.34766	0.29598	0.25989	0.24424
指数	0.95	22	除外	0.40735	0.38330	0.34873	0.29537	0.26021	0.24545
指数	0.95	23	除外	0.40885	0.38372	0.34763	0.29543	0.26127	0.24610
指数	0.95	24	除外	0.40907	0.38243	0.34742	0.29639	0.26198	0.24673
指数	0.95	25	除外	0.40767	0.38199	0.34816	0.29709	0.26270	0.25104
指数	0.95	26	除外	0.40719	0.38259	0.34872	0.29776	0.26687	0.25246
指数	0.95	27	除外	0.40739	0.38274	0.34893	0.30131	0.26795	0.25193
指数	0.95	28	除外	0.40736	0.38272	0.35195	0.30211	0.26743	0.25164
指数	0.95	29	除外	0.40740	0.38563	0.35265	0.30168	0.26727	0.25104
指数	0.95	30	除外	0.41001	0.38604	0.35190	0.30132	0.26657	0.25007

** BV-7 の回帰分析 (変数の平均・分散・標準偏差) **

変数	平均	分散	標準偏差	摘要
log(y)	0.133966	0.301212	0.548828	BV-7
x ₁	74.97362	4527.420	67.28610	実効雨量 (r =0.90, n=30)

試料範囲 1999/9/12 ~ 2002/4/29 (試料数=936)

分散共分散・相関行列

$$\begin{pmatrix} S_y^2 & r_{y1} \\ S_{y1} & S_{x1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.301212 & 0.453592 \\ -16.75046 & 4527.420 \end{pmatrix}$$

** BV-7 の回帰分析 (回帰係数の決定) **

回帰式 $y = \exp(a_1 x_1 + a_0)$

連立方程式

$$4527.420 a_1 = -16.75046$$

$$a_0 = \overline{\log(y)} - \overline{x_1} a_1$$

解析結果

変数	回帰係数	標準回帰係数	偏相関係数	摘要
x ₁	-0.003700	0.453592	0.453592	実効雨量 (r =0.90, n=30)
定数	0.411352			

相関係数	0.453592
寄与率	0.205746